O‘QUVCHILARNING MATEMATIK MASALALARNI YECHISH STRATEGIYALARINI BASHORAT QILISH UCHUN XATOLAR KETMA-KETLIGINING MATEMATIK MODELI

Ismailov Shoxjahon Bobosher o‘g‘li
DOI:https://doi.org/10.5281/zenodo.22902563

Annotatsiya. Ushbu maqolada o‘quvchilarning matematik masalalarni yechish jarayonida yuzaga keladigan xatolar ketma-ketligini tahlil qilish va ushbu ma’lumotlar asosida o‘quvchilarning keyingi yechish strategiyalarini bashorat qilish masalasi yoritiladi. Zamonaviy ta’lim jarayonida o‘quvchining faqat yakuniy javobini baholash uning matematik fikrlash jarayoni haqida yetarli ma’lumot bermaydi. Shu sababli matematik masalani yechish davomida yuzaga keladigan xatolarni ketma-ketlikda o‘rganish muhim ilmiy va amaliy ahamiyatga ega. Maqolada xatolarni tasniflash, ularning takrorlanish xususiyatlarini aniqlash, bir xatodan keyin boshqa xatoning yuzaga kelish ehtimolini hisoblash va ushbu ma’lumotlardan o‘quvchining keyingi strategiyasini bashorat qilishda foydalanish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Shuningdek, matematik ta’limda ehtimollik modellari, Markov zanjiri, bilim holatini kuzatish va ta’lim ma’lumotlarini tahlil qilish yondashuvlaridan foydalanish istiqbollari ko‘rib chiqiladi. Taklif etilayotgan model o‘quvchilarning individual qiyinchiliklarini oldindan aniqlash, takroriy xatolar sabablarini o‘rganish va ularga moslashtirilgan pedagogik yordam ko‘rsatish imkoniyatlarini kengaytiradi.

Kalit so‘zlar: matematik ta’lim, matematik masala, xatolar ketma-ketligi, matematik model, yechish strategiyasi, bashoratlash, ta’lim analitikasi, individual ta’lim, raqamli ta’lim, o‘quvchi faoliyati.

Matematik masalalarni yechish o‘quvchidan faqat matematik formulalarni bilishni emas, balki masala shartini tushunish, muhim ma’lumotlarni ajratish, tegishli matematik amalni tanlash, hisoblashlarni to‘g‘ri bajarish, oraliq natijalarni tekshirish va yakuniy xulosaga kelish kabi bir nechta o‘zaro bog‘liq faoliyatlarni amalga oshirishni talab qiladi. Shu sababli o‘quvchining matematik bilimini faqat yakuniy javob asosida baholash uning real bilim holatini to‘liq aks ettirmasligi mumkin. Ta’lim jarayonida o‘quvchi noto‘g‘ri javob berganida, ushbu javobning o‘zi bilan bir qatorda xatoga qanday yo‘l bilan kelgani ham muhim hisoblanadi. Ta’lim ma’lumotlarini tahlil qilish bo‘yicha tadqiqotlarda o‘quvchilarning faoliyati haqidagi ma’lumotlardan foydalanish ularning o‘quv natijalarini bashorat qilish va individual ta’limni tashkil etish imkoniyatlarini kengaytirishi ko‘rsatilgan [1].

Matematik masalalarni yechish jarayonidagi xatolarni ketma-ketlik sifatida o‘rganish o‘quvchining fikrlash jarayonini chuqurroq tahlil qilish imkonini beradi. Masalan, o‘quvchi masala shartini noto‘g‘ri tushunishi natijasida noto‘g‘ri formula tanlashi, keyinchalik esa hisoblash jarayonida xatoga yo‘l qo‘yishi mumkin. Bunday holatda uchta xato bir-biridan mustaqil emas, balki ma’lum bir sabab-oqibat ketma-ketligining qismlaridir. Agar shunga o‘xshash ketma-ketlik o‘quvchining bir nechta topshiriqlarida takrorlansa, bu muayyan bilim yoki ko‘nikmadagi barqaror qiyinchilikni ko‘rsatishi mumkin. Shuning uchun xatolar sonini hisoblash bilan birga ularning qanday tartibda yuzaga kelishini ham o‘rganish zarur.

Xatolar ketma-ketligini matematik modelga aylantirishning dastlabki bosqichi xatolarni aniq guruhlarga ajratishdan iborat. Matematik masalalarni yechishda uchraydigan xatolarni masala shartini noto‘g‘ri tushunish, matematik amalni noto‘g‘ri tanlash, formulani noto‘g‘ri qo‘llash, hisoblash xatosi, algebraik xato, geometrik tasavvur bilan bog‘liq xato, mantiqiy xulosa chiqarish xatosi va yakuniy javobni tekshirmaslik kabi turlarga ajratish mumkin. Bunday tasnif orqali har bir xatoni ma’lum bir belgi bilan ifodalash va keyinchalik ularni kompyuter yordamida tahlil qilish imkoniyati paydo bo‘ladi.

© Ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.

Masalan, hisoblash xatosi "H", formulani noto‘g‘ri tanlash "F", masala shartini noto‘g‘ri tushunish "S", mantiqiy xato esa "M" kabi belgilar bilan ifodalanishi mumkin. Bu belgilar oddiy matn shaklida bo‘lgani sababli elektron jadvallar, ma’lumotlar bazalari va ta’lim platformalarida qayta ishlash uchun qulaydir.

O‘quvchining matematik masalani yechish jarayoni ketma-ket harakatlar majmuasi sifatida qaralishi mumkin. Masalan, bir o‘quvchining faoliyati "S-F-H" ko‘rinishida qayd etilsa, bu masala shartini noto‘g‘ri tushunishdan keyin formulani noto‘g‘ri tanlash va hisoblash xatosiga o‘tish jarayonini bildiradi. Boshqa bir o‘quvchining faoliyati "F-H-H" shaklida bo‘lishi mumkin. Bu esa uning masalani to‘g‘ri tushungan bo‘lsa-da, formulani tanlash va hisoblash jarayonida qiyinchilikka duch kelayotganini ko‘rsatishi mumkin. Shu tarzda xatolar ketma-ketligini taqqoslash orqali o‘quvchilarning matematik masalalarni yechishdagi individual strategiyalari aniqlanadi.

Mazkur jarayonni matematik jihatdan modellashtirishda ehtimollik yondashuvidan foydalanish mumkin. Bunda asosiy savol quyidagicha qo‘yiladi: o‘quvchi ma’lum bir xatoga yo‘l qo‘ygandan keyin keyingi bosqichda qanday harakatni amalga oshirishi ehtimoli qancha? Masalan, agar o‘quvchi formulani noto‘g‘ri tanlagan bo‘lsa, undan keyingi bosqichda hisoblash xatosiga yo‘l qo‘yish ehtimoli yuqori bo‘lishi mumkin. Agar o‘quvchi xatosini anglab, yechimni qayta ko‘rib chiqsa, to‘g‘ri strategiyaga qaytish ehtimoli mavjud bo‘ladi. Ushbu ehtimollar ko‘plab o‘quvchilarning real yechimlari asosida hisoblab chiqilishi mumkin. Bunday modelning sodda ko‘rinishida har bir xato oldingi holat bilan bog‘lanadi. Masalan, "formulani noto‘g‘ri tanlash" holatidan keyin "hisoblash xatosi" yuzaga kelish ehtimoli 0,60, to‘g‘ri yechimga qaytish ehtimoli 0,25 va boshqa turdagi xatoga o‘tish ehtimoli 0,15 bo‘lishi mumkin. Bu raqamlar faqat modelning ishlash prinsipini tushuntirish uchun keltirilgan bo‘lib, real tadqiqotda ular o‘quvchilarning amaliy natijalari asosida aniqlanadi. Shu tarzda har bir xatodan keyingi ehtimoliy holatlar aniqlanib, o‘quvchining keyingi harakatini bashorat qilish imkoniyati paydo bo‘ladi.Ushbu yondashuv Markov zanjiri tamoyiliga yaqin bo‘lib, unda keyingi holatning ehtimoli avvalgi holat bilan bog‘lanadi. Markov modellaridan turli jarayonlarda ketma-ket holatlar o‘rtasidagi o'tishlarni ifodalash uchun foydalanish mumkin. Ta’lim jarayonida bunday yondashuv o‘quvchining bir harakatdan keyingi harakatga qanday o‘tishini tahlil qilish imkonini beradi. Matematik masalalarni yechish jarayonlari bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlarda ham o‘quvchilarning faoliyat ketma-ketligini tahlil qilish orqali ularning muayyan strategiyalarini aniqlash mumkinligi ko‘rsatilgan [2].

Biroq o‘quvchining xatosini faqat tashqi harakat orqali baholash har doim ham yetarli emas. Chunki bir xil xato turli sabablar natijasida yuzaga kelishi mumkin. Masalan, o‘quvchi oddiy hisoblash xatosiga bilim yetishmagani sababli emas, balki e’tiborsizlik yoki vaqt bosimi tufayli yo‘l qo‘yishi mumkin. Shuning uchun xatolar ketma-ketligini tahlil qilishda o‘quvchining yashirin bilim holatini ham hisobga olish maqsadga muvofiqdir. Bilim holatini kuzatish modellarida o‘quvchining oldingi javoblari asosida uning muayyan ko‘nikmani egallaganlik ehtimoli baholanadi [3].

O‘quvchining bilim holatini aniqlash uchun uning bir nechta topshiriqdagi natijalarini ketma-ket kuzatish mumkin. Agar o‘quvchi bir xil turdagi masalalarni dastlab noto‘g‘ri yechib, keyinchalik to‘g‘ri yecha boshlasa, bu o‘rganish jarayoni yuz berayotganini ko‘rsatishi mumkin. Aksincha, bir xil xatoning ko‘p marta takrorlanishi o‘quvchiga qo‘shimcha tushuntirish yoki boshqa metodik yondashuv kerakligini ko‘rsatadi. Demak, xatolar ketma-ketligi nafaqat diagnostik, balki o‘quv jarayonini boshqarish vositasi sifatida ham ishlatilishi mumkin. Matematik masalalarni yechish strategiyasini bashorat qilishda o‘quvchining oldingi xatolari bilan bir qatorda masalaning murakkabligi ham hisobga olinishi kerak. Oddiy arifmetik masalada yuzaga kelgan hisoblash xatosi bilan murakkab algebraik yoki geometrik masaladagi hisoblash xatosining mazmuni bir xil bo‘lmasligi mumkin. Shu sababli modelga masalaning mavzusi, murakkablik darajasi, o‘quvchining oldingi natijalari, masalani yechishga sarflangan vaqt va urinishlar soni kabi ko‘rsatkichlarni kiritish modelning aniqligini oshirishi mumkin.

© Ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.

Ta’lim natijalarini bashorat qilishga bag‘ishlangan tadqiqotlarda ham o‘quvchi faoliyatining turli ko‘rsatkichlarini birgalikda tahlil qilish muhimligi ta’kidlangan [4]. Xatolar ketma-ketligi asosida bashoratlashning muhim jihatlaridan biri takroriy xatolarni aniqlashdir. Masalan, o‘quvchi ketma-ket uchta masalada kasrlar bilan ishlashda bir xil turdagi xatoga yo‘l qo‘ysa, bu holat tasodifiy xato emas, balki muayyan bilim bo‘shlig‘ining mavjudligini ko‘rsatishi mumkin. Bunday vaziyatda o‘qituvchi o‘quvchiga yangi va murakkab topshiriqlarni berishdan oldin kasrlar bilan bog‘liq asosiy ko‘nikmalarni mustahkamlashga yo‘naltirilgan mashqlarni taklif qilishi mumkin. Shu tariqa matematik model pedagogik diagnostika bilan bog‘lanadi. Modelning yana bir muhim vazifasi o‘quvchining xatodan keyingi tiklanish jarayonini aniqlashdan iborat. Har bir xato o‘quvchining bilim darajasi pastligini anglatmaydi. Ba’zi o‘quvchilar xatoni o‘zlari aniqlab, yechimni qayta ko‘rib chiqishi va to‘g‘ri javobga kelishi mumkin. Bunday holat o‘quvchining o‘z-o‘zini nazorat qilish va xatodan o‘rganish qobiliyatini ko‘rsatadi. Matematik ta’lim bo‘yicha tadqiqotlarda o‘quvchilarning xatolarni aniqlashi, ulardan foydalanib o‘z yechimini qayta ko‘rib chiqishi va xatodan keyingi faoliyati o‘rganish jarayonining muhim qismi sifatida qaraladi [5]. Raqamli ta’lim platformalarining rivojlanishi xatolar ketma-ketligini avtomatik ravishda yig‘ish va qayta ishlash imkoniyatlarini kengaytirmoqda. Masalan, elektron ta’lim tizimida o‘quvchi har bir masalani necha marta bajargani, qaysi javobni kiritgani, qaysi bosqichda xato qilgani va xatodan keyin qanday harakat qilgani avtomatik ravishda qayd etilishi mumkin. Ushbu ma’lumotlar katta hajmdagi o‘quv ma’lumotlari bazasini shakllantiradi. Keyinchalik ushbu ma’lumotlar statistik va mashinali o‘rganish usullari yordamida tahlil qilinishi mumkin. Ta’lim ma’lumotlarini qazib olish va o‘quvchilarning natijalarini bashorat qilish bo‘yicha tadqiqotlar bunday yondashuvlarning ta’lim jarayonidagi ahamiyatini ko‘rsatmoqda [1].

Matematik modelning amaliy ishlash jarayoni bir necha oddiy bosqichga asoslanishi mumkin. Dastlab o‘quvchilarning matematik masalalarni yechish jarayonlari yig‘iladi. Keyin xatolar mazmuniga ko‘ra tasniflanadi. Shundan so‘ng xatolar ketma-ketligi shakllantiriladi va bir xatodan keyin boshqa xatoning yuzaga kelish chastotasi aniqlanadi. Keyingi bosqichda ushbu chastotalar ehtimolliklarga aylantiriladi. Olingan ehtimollar asosida o‘quvchining keyingi strategiyasini bashorat qiluvchi model ishlab chiqiladi. Model yangi ma’lumotlarda sinovdan o‘tkazilib, uning bashorat aniqligi baholanadi. Modelning aniqligini baholashda faqat umumiy to‘g‘ri bashoratlar sonini hisoblash yetarli emas. Bashorat qilingan strategiya bilan haqiqiy strategiya o‘rtasidagi moslik, xatoni to‘g‘ri aniqlash darajasi va turli guruhdagi o‘quvchilarda modelning barqaror ishlashi ham tekshirilishi lozim. Shuningdek, model juda murakkab bo‘lib, o‘qituvchi uchun tushunarsiz natijalar bermasligi kerak. Ta’lim jarayonida modelning natijasi pedagogik qaror qabul qilishga yordam beradigan tushunarli shaklda taqdim etilishi maqsadga muvofiq.

Masalan, tizim o‘quvchining ketma-ket bir nechta masalada formulani tanlashda xato qilganini aniqlasa, o‘qituvchiga "o‘quvchida formulani tanlash bosqichida qiyinchilik kuzatilmoqda" degan tavsiya berilishi mumkin. Agar o‘quvchi xatodan keyin mustaqil ravishda to‘g‘ri yechimga qaytishga moyil bo‘lsa, tizim unga darhol tayyor javob bermasdan, yo‘naltiruvchi savol berishi mumkin. Bunday yondashuv o‘quvchining mustaqil fikrlashini qo‘llab-quvvatlashga xizmat qiladi.

Xatolar ketma-ketligi modelidan foydalanishda o‘quvchilarning shaxsiy ma’lumotlarini himoya qilish masalasi ham muhimdir. Ta’lim platformalarida yig‘iladigan ma’lumotlar o‘quvchining bilim darajasi va individual xususiyatlari haqida ma’lumot berishi mumkin. Shu sababli bunday ma’lumotlardan foydalanishda maxfiylik, ma’lumotlarni himoya qilish va ulardan faqat ta’limiy maqsadlarda foydalanish tamoyillariga rioya qilish zarur. Bundan tashqari, matematik model bergan bashorat yakuniy pedagogik xulosa sifatida emas, balki o‘qituvchining qarorini qo‘llab-quvvatlovchi vosita sifatida qaralishi kerak. Umuman olganda, o‘quvchilarning matematik masalalarni yechish

© Ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.

strategiyalarini xatolar ketma-ketligi asosida bashorat qilish matematik ta’limni zamonaviy texnologiyalar bilan integratsiyalashning muhim yo‘nalishlaridan biridir. Ushbu yondashuvda xato yakuniy natijadagi oddiy kamchilik sifatida emas, balki o‘quvchining fikrlash jarayoni haqida ma’lumot beruvchi muhim signal sifatida qaraladi. Xatolarni ketma-ketlik shaklida tahlil qilish orqali takroriy xatolarni aniqlash, xatolar o‘rtasidagi bog‘liqlikni o‘rganish, o‘quvchining keyingi harakatini ehtimollik asosida bashorat qilish va unga mos pedagogik yordam ko‘rsatish mumkin. Bunda Markov zanjiri kabi ehtimollik modellaridan xatolar o‘rtasidagi o'tishlarni aniqlashda, bilim holatini kuzatish modellaridan o‘quvchining o‘zlashtirish jarayonini baholashda, mashinali o‘rganish usullaridan esa katta hajmdagi ta’lim ma’lumotlaridan murakkab naqshlarni aniqlashda foydalanish mumkin.

Xulosa qilib aytganda, xatolar ketma-ketligining matematik modeli o‘quvchining matematik masalalarni yechish jarayonini chuqurroq o‘rganish imkonini beradigan istiqbolli vositadir. Bunday model yordamida o‘quvchining qaysi xatoga yo‘l qo‘ygani bilan birga, ushbu xatodan keyin qanday strategiyaga o‘tishi, xatoni takrorlash ehtimoli va to‘g‘ri yechimga qaytish imkoniyati ham aniqlanishi mumkin. Bu esa an’anaviy baholashdan farqli ravishda o‘quvchining individual o‘quv trayektoriyasini aniqlashga yordam beradi. Kelgusida mazkur modelni sun’iy intellekt va mashinali o‘rganish algoritmlari bilan birlashtirish orqali matematik masalalarni yechish jarayonini real vaqt rejimida kuzatadigan, xatolarni avtomatik tasniflaydigan va o‘quvchiga individual tavsiyalar beradigan adaptiv ta’lim tizimlarini yaratish mumkin. Bunday tizimlarning asosiy maqsadi o‘quvchini faqat baholash emas, balki uning xatosini tushunish, undan keyingi o‘quv ehtiyojini aniqlash va samarali o‘rganishiga yordam berishdan iborat bo‘lishi lozim.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Zhang Y., Yun Y., An R., Cui J., Dai H., Shang X. Educational Data Mining Techniques for Student Performance Prediction: Method Review and Comparison Analysis. Frontiers in Psychology, 2021.
2. Jiang Y., Cayton-Hodges G. A., Nabors Oláh L., Minchuk I. Using sequence mining to study students’ calculator use, problem solving, and mathematics achievement in the National Assessment of Educational Progress. Computers & Education, 2022.
3. Pardos Z. A., Heffernan N. T. Modeling Individualization in a Bayesian Knowledge Tracing Framework. Proceedings of the 20th International Conference on User Modeling, Adaptation, and Personalization, 2012.
4. Xiao C., et al. A Survey on Educational Data Mining Methods Used for Predicting Students' Performance. Engineering Reports, 2022.
5. Metcalfe J. Learning from Errors. Annual Review of Psychology, 2017.
6. Baker R. S., Inventado P. S. Educational Data Mining and Learning Analytics. In: Learning Analytics: From Research to Practice. Springer, 2014.
7. Romero C., Ventura S. Educational Data Mining and Learning Analytics: An Updated Survey. Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery, 2020.
8. Piech C., Bassen J., Huang J., Ganguli S., Sahami M., Guibas L. J., Sohl-Dickstein J. Deep Knowledge Tracing. Advances in Neural Information Processing Systems, 2015.

© Ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.