MURAKKAB TIZIMLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA SONLI TAHLIL QILISH USULLARI

Achilova Shoira Oltiboyevna
Toshkent shahar,Shayhontohur tumani
Respublika ixtisoslashtirilgan rassomlik maktabi (RIRM)
Birinchi toifali matematika va informatika fani o'qituvchisi
DOI:https://doi.org/10.5281/zenodo.22878359

Annotatsiya. Mazkur tezisda murakkab tizimlarni matematik modellashtirish va sonli tahlil qilishning asosiy yondashuvlari ko'rib chiqiladi. Murakkab tizimlar ko'p komponentlilik, nolinearlik, o'zaro bog'liqlik, noaniqlik va ko'p masshtablilik bilan tavsiflanadi. Ularni o'rganishda differensial tenglamalar, diskret modellar, agentga asoslangan modellar hamda stoxastik yondashuvlardan foydalanish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Sonli tahlil bosqichida Runge-Kutta, chekli ayirmalar, chekli elementlar va Monte-Karlo usullarining qo'llanish sohasi, afzalliklari va cheklovlari qiyosiy baholanadi. Shuningdek, modelni verifikatsiya va validatsiya qilish, parametrlar sezgirligini baholash hamda hisoblash barqarorligini nazorat qilishning ahamiyati asoslab beriladi.

Kalit so'zlar: murakkab tizim, matematik model, sonli tahlil, nolinearlik, differensial tenglama, chekli ayirmalar, chekli elementlar, Monte-Karlo, verifikatsiya, validatsiya.

Аннотация. В тезисе рассматриваются основные подходы к математическому моделированию и численному анализу сложных систем. Сложные системы характеризуются многокомпонентностью, нелинейностью, взаимозависимостью, неопределенностью и многоуровневой структурой. Анализируются возможности применения дифференциальных уравнений, дискретных, агентных и стохастических моделей. Сравниваются области применения методов Рунге-Кутты, конечных разностей, конечных элементов и Монте-Карло. Особое внимание уделяется верификации и валидации моделей, анализу чувствительности параметров и обеспечению численной устойчивости.

Ключевые слова: сложная система, математическая модель, численный анализ, нелинейность, дифференциальное уравнение, конечные разности, конечные элементы, Монте-Карло, верификация, валидация.

Abstract. This thesis discusses key approaches to mathematical modeling and numerical analysis of complex systems. Such systems are characterized by multiple interacting components, nonlinearity, uncertainty, feedback, and multiscale behavior. The applicability of differential-equation models, discrete models, agent-based models, and stochastic formulations is analyzed. Numerical techniques including Runge-Kutta schemes, finite-difference methods, finite-element methods, and Monte Carlo simulation are compared with respect to accuracy, stability, and computational cost. The study also emphasizes model verification and validation, sensitivity analysis, and the control of numerical errors as essential stages of reliable computational modeling.

Mualliflik huquqi egasi tomonidan ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.

Keywords: complex system, mathematical model, numerical analysis, nonlinearity, differential equation, finite difference, finite element, Monte Carlo, verification, validation.

KIRISH

Murakkab tizimlar tabiat, texnika, iqtisodiyot, ekologiya, biologiya va ijtimoiy jarayonlarda keng uchraydi. Bunday tizimlarda alohida elementlarning xatti-harakati butun tizim natijasini to'liq izohlab bera olmaydi, chunki yakuniy dinamika ko'plab bog'lanishlar, teskari aloqalar va nolinear ta'sirlarning o'zaro birikishidan hosil bo'ladi. Shu sababli matematik modellashtirish real tizimning asosiy xususiyatlarini formal tilda ifodalash, sonli tahlil esa ushbu model orqali olinadigan yechimlarni kompyuter yordamida baholash imkonini beradi [1; 2].

Matematik model yaratishda asosiy maqsad real obyektning barcha tafsilotlarini ko'chirish emas, balki tadqiqot maqsadi uchun muhim bo'lgan mexanizmlarni ajratib ko'rsatishdir. Modelning haddan tashqari soddalashtirilishi muhim bog'lanishlarning yo'qolishiga, ortiqcha murakkablashtirish esa hisoblash xarajatining keskin oshishiga olib kelishi mumkin. Shuning uchun murakkab tizimlar uchun model tanlashda adekvatlik, identifikatsiyalanuvchanlik, hisoblash barqarorligi va interpretatsiya qilinuvchanlik kabi mezonlar birgalikda hisobga olinishi kerak [2; 8].

ASOSIY QISM

Murakkab tizimlarni modellashtirish jarayonini shartli ravishda bir necha bosqichga ajratish mumkin: muammoni formal qo'yish; asosiy holat o'zgaruvchilari va parametrlarni aniqlash; matematik tenglamalar yoki algoritmik qoidalarni tuzish; boshlang'ich va chegaraviy shartlarni belgilash; sonli usul tanlash; hisoblash tajribasini o'tkazish; natijalarni real ma'lumotlar bilan solishtirish. Differensial tenglamalar uzluksiz vaqtli jarayonlar uchun samarali bo'lsa, agentga asoslangan modellar ko'p subyektli va individual qoidalarga tayanuvchi tizimlarda qulaydir. Stoxastik modellar esa tasodifiy omillar va noaniqlik kuchli bo'lgan holatlarda ustunlik beradi [1; 7].

Sonli tahlilda usul tanlash tizimning matematik tabiati bilan bevosita bog'liq. Oddiy differensial tenglamalar uchun Runge-Kutta oilasiga mansub algoritmlar yuqori aniqlik va qulay amaliy realizatsiyani ta'minlaydi [5; 6]. Xususiy hosilali differensial tenglamalarda chekli ayirmalar usuli to'g'ri geometrik sohalarda sodda va tezkor hisoblash imkonini bersa, chekli elementlar usuli murakkab geometriya, o'zgaruvchan koeffitsiyent va notekis to'rlar uchun ko'proq mos keladi [3; 7]. Monte-Karlo yondashuvi esa yuqori o'lchamli integral, tasodifiy parametr va ehtimollik xarakteridagi masalalarda foydalidir [8].

1-jadval. Murakkab tizimlarni sonli tahlil qilish usullarining qiyosiy tavsifi

Usul	Qo'llanish sohasi	Afzalligi	Cheklovi
Runge-Kutta	Oddiy differensial tenglamalar	Yuqori aniqlik, amaliy soddalik	Qattiq tizimlarda kichik qadam talab qilishi mumkin
Chekli ayirmalar	PDE va to'rli sohalar	Dasturlash sodda, tez hisoblanadi	Murakkab geometriyada moslashuvchanligi past
Chekli elementlar	Murakkab geometrik PDE masalalari	Notekis to'r va lokal aniqlik imkoniyati	Matematik va dasturiy realizatsiyasi murakkabroq

Mualliflik huquqi egasi tomonidan ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.

Usul	Qo'llanish sohasi	Afzalligi	Cheklovi
Monte-Karlo	Stoxastik va yuqori o'lchamli masalalar	Noaniqlikni tabiiy hisobga oladi	Yuqori aniqlik uchun ko'p hisoblash talab etadi
Agentga asoslangan model	Ko'p subyektli ijtimoiy/biologik tizimlar	Mikro qoidalardan makro natijani kuzatish	Kalibrlash va verifikatsiya murakkab

Jadvaldan ko'rinadiki, murakkab tizimlar uchun barcha vaziyatlarga birdek mos keladigan yagona universal usul mavjud emas. Samarali yondashuv ko'pincha gibrid bo'ladi: masalan, tizimning deterministik yadrosi differensial tenglamalar bilan, noaniq parametrlar Monte-Karlo orqali, hududiy taqsimot esa chekli elementlar yoki chekli ayirmalar usuli bilan ifodalanishi mumkin. Shu sababli hisoblash samaradorligi faqat usulning tartibi bilan emas, balki masalaga mos tanlanishi, qadamni adaptiv boshqarish, to'rni zichlashtirish va parametrlar sezgirligini tahlil qilish bilan belgilanadi [3; 4].

Murakkab tizimlarda verifikatsiya va validatsiya alohida ahamiyatga ega. Verifikatsiya sonli algoritm matematik modelni to'g'ri yechayotganini tekshirsa, validatsiya modelning real tizim xatti-harakatini yetarli darajada aks ettirishini baholaydi. Bundan tashqari, sezgirlik tahlili qaysi parametrlar yakuniy natijaga eng kuchli ta'sir qilishini aniqlashga yordam beradi. Global sezgirlik usullari parametrlar o'rtasidagi o'zaro ta'sirni ham hisobga olish imkonini berib, modelni soddalashtirish va tajriba rejasini optimallashtirishda muhim vosita hisoblanadi [8].

Hisoblash tajribasining ishonchliligi uchun aniqlik, barqarorlik va yaqinlashuv uchligi doimo nazorat qilinishi kerak. Qadam yoki to'r o'lchami kichraytirilganda natijaning barqarorlashuvi sonli yechim sifatining asosiy belgisidir. Nolinear yoki qattiq tizimlarda esa oddiy aniq usullar samarasiz bo'lib qolishi mumkin, bunday holatlarda implicit sxemalar, Nyuton iteratsiyasi va moslashuvchan qadamli integratorlardan foydalanish maqsadga muvofiq [5; 6].

XULOSA

Murakkab tizimlarni matematik modellashtirish va sonli tahlil qilish bir-birini to'ldiruvchi jarayonlar bo'lib, modelning nazariy to'g'riligi hisoblash usulining barqarorligi va natijalarni tekshirish mexanizmlari bilan mustahkamlanishi lozim. Differensial tenglamalar, chekli ayirmalar, chekli elementlar, Monte-Karlo va agentga asoslangan yondashuvlarning har biri ma'lum turdagi murakkablikni samarali ifodalaydi. Shu bois usul tanlashda tizimning fizik mazmuni, nolinearlik darajasi, o'lcham, noaniqlik, hisoblash resursi va kerakli aniqlik birgalikda baholanishi kerak.

Eng samarali strategiya modelni bosqichma-bosqich murakkablashtirish, sonli xatolikni nazorat qilish, parametrlar sezgirligini baholash hamda verifikatsiya va validatsiyani alohida bosqich sifatida tashkil etishdan iborat. Bunday yondashuv murakkab tizimlar bo'yicha olingan sonli natijalarning nafaqat hisoblash jihatdan, balki ilmiy talqin nuqtayi nazaridan ham ishonchliligini oshiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Strogatz, S. H. (2015). Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering (2nd ed.). Westview Press.
2. Gershenfeld, N. (1999). The Nature of Mathematical Modeling. Cambridge University Press.
3. Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F. (2007). Numerical Mathematics (2nd ed.). Springer.
4. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2020). Numerical Methods for Engineers (8th ed.). McGraw-Hill.

Mualliflik huquqi egasi tomonidan ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.

5. Butcher, J. C. (2016). Numerical Methods for Ordinary Differential Equations (3rd ed.). Wiley.
6. Hairer, E., Nørsett, S. P., & Wanner, G. (1993). Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems (2nd rev. ed.). Springer.
7. LeVeque, R. J. (2007). Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations. SIAM.
8. Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., & Tarantola, S. (2008). Global Sensitivity Analysis: The Primer. Wiley.

Mualliflik huquqi egasi tomonidan ushbu material Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY 4.0) litsenziyasi asosida tarqatiladi.